

Modellierung der Fördergutbewegung auf Vibrationsflächenförderern

Modeling of material conveyance on vibratory brush conveyors

Elisabeth Müller
Thomas Risch
Markus Golder

*Professur Förder- und Materialflusstechnik
Institut für Fördertechnik und Kunststoffe
Fakultät Maschinenbau
Technische Universität Chemnitz*

Vibrationsflächenförderer transportieren Material durch die periodische Schwingungsanregung einer elastischen Förderoberfläche. Sie bieten prinzipbedingt höhere Effizienz und Flexibilität bei der Teileförderung. Die Vorausberechnung der erzielbaren Fördergeschwindigkeit ist jedoch bisher nicht möglich. Dieser Beitrag stellt ein Minimalmodell zur Beschreibung der Materialbewegung auf Vibrationsflächenförderern vor, welches basierend auf vorherigen Messergebnissen an die realen Bewegungsabläufe angenähert wird. Das resultierende Modell ermöglicht die für die Praxis hinreichend genaue Vorhersage der erzielbaren Fördergeschwindigkeit.

[Schlüsselwörter: Vibrationsförderer, Bewegungsanalyse, Simulation, Fördergeschwindigkeit, Effizienz]

Vibratory brush conveyors transfer material using a periodically excited, elastic conveying surface. By virtue of their operating principle, they offer greater efficiency and flexibility in parts conveying. However, predicting the achievable conveying speed is presently unknown. This article proposes a basic model to describe the material conveyance on vibratory brush conveyors, and approximates it to the actual motion based on previous measurements. The resulting model enables a sufficient prediction of the achievable conveying speed for practical applications.

[Keywords: vibratory feeder, motion analysis, simulation, conveying speed, efficiency]

1 EINLEITUNG

Vibrationsflächenförderer stellen eine bisher kaum industriell genutzte Sonderbauform von Vibrationsförderern dar. Während herkömmliche Vibrationsförderer den Materialtransport über gerichtete Schwingungen der Unterlage erzeugen, nutzen Vibrationsflächenförderer zusätzlich ge-

neigte deformierbare Elemente, beispielsweise in Form von Fasern oder Bürsten, zur Manipulation der Teilebewegung. Neben den bekannten Vorteilen der Vibrationsfördertechnik, wie geringem Verschleiß und hoher Lebensdauer, bietet diese Ausführungsform großes Potential hinsichtlich der erreichbaren Transportgeschwindigkeiten und -effizienzen sowie durch die Möglichkeit der Erzeugung variabler Transportrichtungen. Bei entsprechender Konstruktion und Regelung ist prinzipiell ein paralleler Transport verschiedener Teile entlang unterschiedlicher Transportwege möglich. Zusätzlich können auch Handhabungsaufgaben, wie die Ausrichtung, Positionierung oder Orientierung, umgesetzt werden.

Demgegenüber steht die geringe Anzahl an aktuellen wissenschaftlichen Untersuchungen dieses Förderprinzips. Die bisherigen Berechnungsmodelle stammen aus den 1970er und 1980er Jahren. Mansour und Massoud [1] beschreiben einen Förderer mit entgegen der Förderrichtung geneigten Fasern, welcher nur im Bereich großer Faserneigungen arbeitet. Okabe und Yokoyama [2] sowie darauf aufbauend Okabe et al. [3] vernachlässigen bei der Modellbildung die für das Prinzip charakteristische Faserdeformation. Ähnliche Modellansätze existieren im Bereich der Robotik [4] – [16]. Eine Übertragung auf den Förderprozess auf dem Vibrationsflächenförderer ist jedoch nicht ohne weiteres möglich. Bei allen Modellen wird zudem lediglich ein einzelnes verformbares Element, d. h. eine Einzelfaser, betrachtet. Dadurch ist eine Berücksichtigung von Wechselwirkungen der Elemente im Verbund, beispielsweise Reibungseffekten in einem Faserbündel, nicht möglich. Eine adäquate Beschreibung der Materialbewegung auf Vibrationsflächenförderern sowie die Vorausberechnung relevanter Kenngrößen, wie z. B. der erzielbaren Fördergeschwindigkeit, sind mit den vorhandenen Modellen nur eingeschränkt möglich. Aufbauend auf den vorhergehenden Arbeiten zur experimentellen Analyse des Materialtransports [17] sowie zur Charakterisierung des Deformationsverhaltens der Faseroberfläche [18] wird daher in

diesem Beitrag ein allgemeingültigeres Modell zur Beschreibung des Materialtransports auf Vibrationsflächenförderern vorgestellt. Ziel ist die hinreichend genaue Modellierung der Materialbewegung, um das zugrunde liegende physikalische Prinzip zu erklären und Dimensionierungsregeln für den Praxiseinsatz abzuleiten. Nach Vorgabe der Gültigkeitsbedingungen und Voraussetzungen sowie Definition der Koordinaten erfolgt die Aufstellung der Zustandsbedingungen und Bewegungsgleichungen untergliedert nach den praktisch auftretenden Bewegungszuständen des Förderguts. Dabei wird insbesondere auf die Abstraktion des Faser-Gut-Kontakts eingegangen. Nach Aufzeigen der Berechnungsmöglichkeiten für die erzielbare mittlere Fördergeschwindigkeit und die Effizienz des Fördervorgangs wird das entwickelte Minimalmodell anhand eines Referenzfalls an real gemessenen Bewegungsabläufe adaptiert. Abschließend folgen die Beurteilung der Modellgenauigkeit sowie ein Ausblick auf weiteres Untersuchungspotential.

2 MODELLAUFBAU

Die experimentellen Voruntersuchungen am Vibrationsflächenförderer [17] zeigten eine periodische Abfolge mehrerer Bewegungsphasen, welche in einem makroskopisch stetigen Materialtransport resultieren. Bezugnehmend auf das Fördergut lassen sich diese Phasen grundlegend in die Kontaktphase, in der das Gut infolge der Wechselwirkung mit der elastischen Förderoberfläche absolut beschleunigt wird, und die Wurfphase, in der sich das Gut mit nahezu konstanter Geschwindigkeit in Förderrichtung bewegt, untergliedern. Während sich die Wurfphase in guter Näherung mit analytischen Gleichungen beschreiben lässt, bedarf die Kontaktphase durch die besondere Charakteristik des Faser-Gut-Kontakts eines numerischen Lösungsansatzes. Der Förderprozess am Vibrationsflächenförderer wird daher numerisch modelliert, indem die Bewegungsphasen in Zustände mit Zustandsübergängen überführt werden. Dabei werden unter Nutzung der Erkenntnisse der Voruntersuchungen zur Faserdeformation an Vibrationsflächenförderern [18] auch die Wechselwirkungen von elastischen Elementen im Verbund berücksichtigt. Ebenso inkludiert das Modell die Möglichkeit zur Berechnung geneigter Förderorgane und zweidimensionaler Bewegungsformen.

2.1 RANDBEDINGUNGEN UND SYSTEMSCHAUBILD

Der Förderprozess wird als zweidimensionales Problem in der x - y -Ebene modelliert, wobei diese Ebene der Faserneigungsebene entspricht und die x -Koordinate die gewünschte Förderrichtung darstellt. Dies stellt auch für variable Transportwege eine praktikable Abstraktion dar, da die Förderrichtung und -geschwindigkeit direkt durch die Faserneigungsrichtung beeinflusst sind und sich bei Richtungsänderung im Betrieb durch trigonometrische Zusammenhänge ergeben.

Der Modellaufbau besteht entsprechend Abbildung 1 aus den drei Systemkomponenten Förderorgan, elastische Elemente und Fördergut. Das Förderorgan ist ein ideal steifer Körper, welcher zur Berechnung von ansteigenden bzw. abfallenden Transportwegen im Winkel γ zur Horizontalen neigbar ist. Die Reaktionsbewegung des dynamischen Systems aus Lagerung und Antriebseinheit ist mittels einer Schwingungsvorgabe $Q(t)$ sowie zur Erzeugung zweidimensionaler Bewegungsformen zusätzlich $S(t)$ mit jeweils der Betriebsfrequenz f_B sowie der Amplituden \hat{q} bzw. \hat{s} abstrahiert.

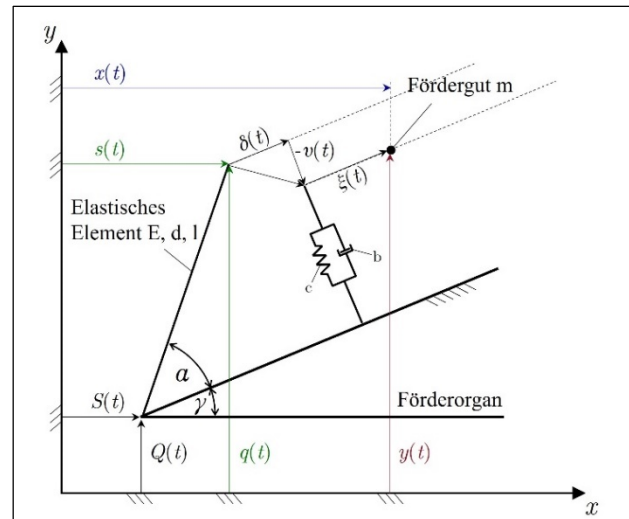


Abbildung 1. Systemschaubild des abstrahierten Vibrationsflächenförderers mit Koordinatenzuweisung

Die Abbildung der deformierbaren Elemente erfolgt als Feder-Dämpfer-System mit den Kenngrößen Federsteifigkeit c und Dämpfungskonstante b . Die Federsteifigkeit im Ausgangszustand ergibt sich über die Materialkennwerte bzw. geometrischen Abmessungen E -Modul E , Durchmesser d , Länge l und Neigungswinkel α . Zur Berücksichtigung von Wechselwirkungen mehrerer Elemente im Verbund wird der in [18] eingeführte Korrekturfaktor κ genutzt. Die Dämpfungskonstante ist durch dynamische Kalibrierung des Systems bestimmbar. Die Bewegungsvorgaben $Q(t)$ und $S(t)$ am Förderorgan werden über die geometrischen Zusammenhänge auf die Bewegungsvorgaben $q(t)$ und $s(t)$ an der Faserspitze transformiert. Die Deformation ist mittels der Relativkoordinaten $v(t)$ und $\delta(t)$ beschrieben.

Das Fördergut wird innerhalb des 2D-Bewegungsmodells als idealisierte Punktmasse m abstrahiert, welche sich aus der realen Fördergutmasse M und der Anzahl der durchschnittlich im Kontakt befindlichen Fasern N aus $m = M/N$ ergibt. Die Annahme einer ausreichenden Kontaktfläche des realen Förderguts zur realen Förderoberfläche und somit die Vermeidung von Kippbewegungen führt zur Sperrung der Rotationsfreiheitsgrade. Die Position des Förderguts ist zum einen mit den Absolutkoordinaten $y(t)$

und $x(t)$ sowie mit der Relativkoordinate $\xi(t)$ zur Faserpitze beschreibbar. Die Relativkoordinaten v , δ und ξ sind nach Abbildung 1 zu jedem Zeitpunkt t über geometrische Zusammenhänge entsprechend Gleichung (2.1) bis (2.3) aus den Absolutkoordinaten des Förderers q und s und der Punktmasse y und x sowie dem Neigungswinkel γ des Förderorgans bestimmbar:

$$v = (y - q) \cdot \cos \gamma - (x - s) \cdot \sin \gamma \quad (2.1)$$

$$\delta = -v \cdot \tan \gamma \quad (2.2)$$

$$\xi = (y - q) \sin \gamma + (x - s) \cos \gamma - \delta \quad (2.3)$$

2.2 BEWEGUNGSPHASEN UND ZUSTANDSBEDINGUNGEN

Die Grundlage zur Berechnung der Bewegung des Massepunktes m in den unterschiedlichen Bewegungsphasen bilden die angreifenden Kraftkomponenten, welche im Kräfteschaubild in Abbildung 2 dargestellt sind. Auf die Berücksichtigung von Strömungswiderständen wird hier aufgrund der komplexen Abhängigkeiten sowie geringen Einflüsse auf die tatsächliche Materialbewegung bei den untersuchten Fördergütern verzichtet.

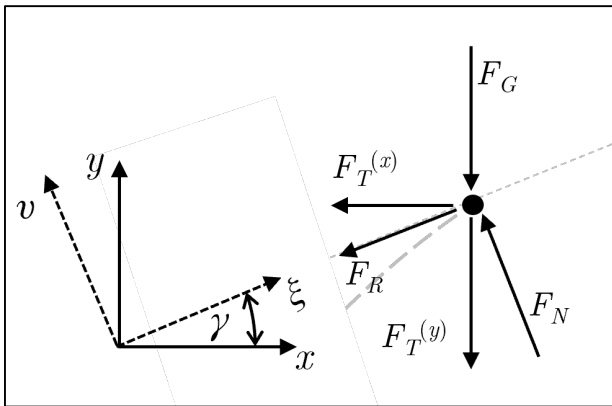


Abbildung 2. Allgemeines Kräfteschaubild nach dem Freischeiden der Punktmasse m

In vertikaler Richtung wirken die Gewichtskraft $F_G = mg$ infolge der Erdbeschleunigung g und die Trägheitskraft $F_T^{(y)} = m\ddot{y}$ infolge der vertikalen Fördergutbewegung. Die Trägheitskraft $F_T^{(x)} = m\ddot{x}$ greift in horizontaler Richtung an der Punktmasse an. In der Kontaktphase wirkt zusätzlich die Normalkraft $F_N = F_C + F_D$ als Summe der Federkraft F_C und Dämpferkraft F_D aus der Feder-Dämpfer-Abstraktion der elastischen Elemente normal zur Förderrichtung. Diese wiederum beeinflusst die in Richtung der Neigung des Förderorgans wirkende Reibkraft $F_R = \mu F_N \cdot \text{sign } \dot{\xi}$. Die Anteile der Kraftkomponenten sind dabei zu jedem Zeitpunkt t über den Neigungswinkel γ des Förderorgans transformierbar.

2.2.1 WURFFPHASE

Die Punktmasse m befindet sich in der Wurfphase, solange die Wurfbedingung $v(t) > 0$ erfüllt ist, d. h. solange kein Kontakt zum elastischen Element besteht. Da Strömungswiderstände vernachlässigt werden, gibt es nach dem Superpositionsprinzip keine Wechselwirkung zwischen den Bewegungen der Punktmasse in x - und y -Richtung. In horizontaler Richtung bewegt sich die Punktmasse ab dem Abwurfzeitpunkt t_{abw} gleichförmig mit der Startgeschwindigkeit $\dot{x}_0 = \dot{x}(t_{abw})$ vom Abwurfort $x_0 = x(t_{abw})$ entsprechend Gleichung (2.4):

$$x(t) = \dot{x}_0 \cdot (t - t_{abw}) + x_0 \quad (2.4)$$

In vertikaler Richtung lässt sich die Bewegung der Punktmasse mittels einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung unter Vorgabe der Abwurfgeschwindigkeit $\dot{y}_0 = \dot{y}(t_{abw})$ und des Abwurforts $y_0 = y(t_{abw})$ nach Gleichung (2.5) beschreiben:

$$y(t) = \frac{-g}{2}(t - t_{abw})^2 + \dot{y}_0(t - t_{abw}) + y_0 \quad (2.5)$$

2.2.2 KONTAKTPHASE

Die Kontaktphase tritt ein, wenn die Kontaktbedingung $v(t) \leq 0$ erfüllt ist. Der Massepunkt m befindet sich in Kontakt mit dem elastischen Element und kann entweder auf diesem haften oder relativ zu diesem mit der Relativgeschwindigkeit $\dot{\xi}$ gleiten. Voruntersuchungen haben gezeigt, dass der Haftzustand ($\dot{\xi} = 0$) in der Praxis quasi nicht eintritt. Daher berücksichtigt das Modell nur den Zustand des Relativgleitens. Über das Kräftegleichgewicht aus Abbildung 2 und den Zusammenhang $F_R = \mu F_N \cdot \text{sign } \dot{\xi}$ lässt sich die Beschleunigung \ddot{x} des Massepunktes somit nach Gleichungen (2.6) bis (2.7) herleiten:

$$F_R = -(F_T^{(y)} + F_G) \sin \gamma - F_T^{(x)} \cos \gamma \quad (2.6)$$

$$\text{mit } F_N = m((\ddot{y} + g) \cos \gamma - \ddot{x} \sin \gamma)$$

$$\ddot{x} = -(\ddot{y} + g) \frac{\mu \cdot \text{sign } \dot{\xi} + \tan \gamma}{1 - \mu \cdot \text{sign } \dot{\xi} \tan \gamma} \quad (2.7)$$

Ansatz zu Berechnung der Vertikalbewegung der Punktmasse auf dem Feder-Dämpfer-Element ist ebenfalls das Kräftegleichgewicht nach Abbildung 2 unter Nutzung des Zusammenhangs $F_N = F_C + F_D = -vc - \dot{v}b$ entsprechend Gleichung (2.8):

$$\omega^2 \cdot v + 2D\omega \cdot \dot{v} = \ddot{x} \sin \gamma - (\ddot{y} + g) \cos \gamma \quad (2.8)$$

$$\text{mit } \omega^2 = \frac{c}{m} \text{ und } 2D\omega = \frac{b}{m}$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.1) in (2.8) ergibt sich die Bewegungsdifferentialgleichung des Massepunktes (2.9) zu:

$$\ddot{y} + 2D\omega \cdot \dot{y} + \omega^2 \cdot y = Q + (X - S) \tan \gamma \quad (2.9)$$

$$\text{mit } Q = -g + 2D\omega \cdot \dot{q} + \omega^2 \cdot q$$

$$X = \ddot{x} + 2D\omega \cdot \dot{x} + \omega^2 \cdot x$$

$$S = 2D\omega \cdot \dot{s} + \omega^2 \cdot s$$

Die infolge der Kraftwirkung auftretende Verformung der elastischen Elemente erfolgt jedoch nicht linear, sondern weist eine stark nichtlineare Charakteristik auf. Daher lässt sich das System nicht mit einer konstanten Federsteifigkeit c bzw. einer konstanten Eigenfrequenz ω_0 beschreiben. Die zeitabhängige Deformation $|v(t)|$ ergibt sich vielmehr aus der analytischen Beschreibung eines Kragträgers der Länge l , Steifigkeit EI und des Neigungswinkels α entsprechend Gleichung (2.10) [18] zu:

$$|v(t)| = \frac{2 l^3 \cdot F_Q}{6 EI - 3 l^2 \cdot F_L} \cdot \cos \alpha \quad (2.10)$$

$$\text{mit } F_Q = F_N \cos \alpha + F_R \sin \alpha$$

$$F_L = F_N \sin \alpha - F_R \cos \alpha$$

Durch Umstellen von Gleichung (2.10) nach F_N und Nutzen der Zusammenhänge $F_R = \mu F_N \cdot \text{sign } \dot{\xi}$ und $F_N = c \cdot |v|$ ergibt sich die verformungs- bzw. zeitabhängige Eigenfrequenz $\omega(v) = \sqrt{c(v)/m}$ nach Gleichung (2.11):

$$\omega(v) = \sqrt{\frac{\frac{EI}{ml^3 \cos \alpha}}{\frac{|v|}{2l} (\tan \alpha - \mu \cdot \text{sign } \dot{\xi}) + W}} \quad (2.11)$$

$$\text{mit } W = \frac{1}{3}(\cos \alpha + \mu \cdot \text{sign } \dot{\xi} \sin \alpha)$$

Unter der Voraussetzung, dass sich die Kenngrößen der elastischen Elemente im Betrieb nicht ändern, wird die Eigenfrequenz ω des Systems, welche in die Bewegungsdifferentialgleichung einfließt, im Wesentlichen durch die Richtung der Relativbewegung des Massepunktes und durch die Größe der Deformation selbst beeinflusst. Die Richtung der Relativbewegung ergibt sich wiederum direkt aus der Beschleunigung \ddot{x} der Punktmasse nach Gleichung (2.7), die momentane Verformung aus der Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung (2.9). Zur Berechnung der Materialbewegung auf einem Vibrationsflächenförderer in einem definierten Zeitraum $0 \leq t \leq t_{end}$ wird daher eine numerische Auswertung der vorgestellten Gleichungen nach dem in Abbildung 3 dargestellten Schema herangezogen.

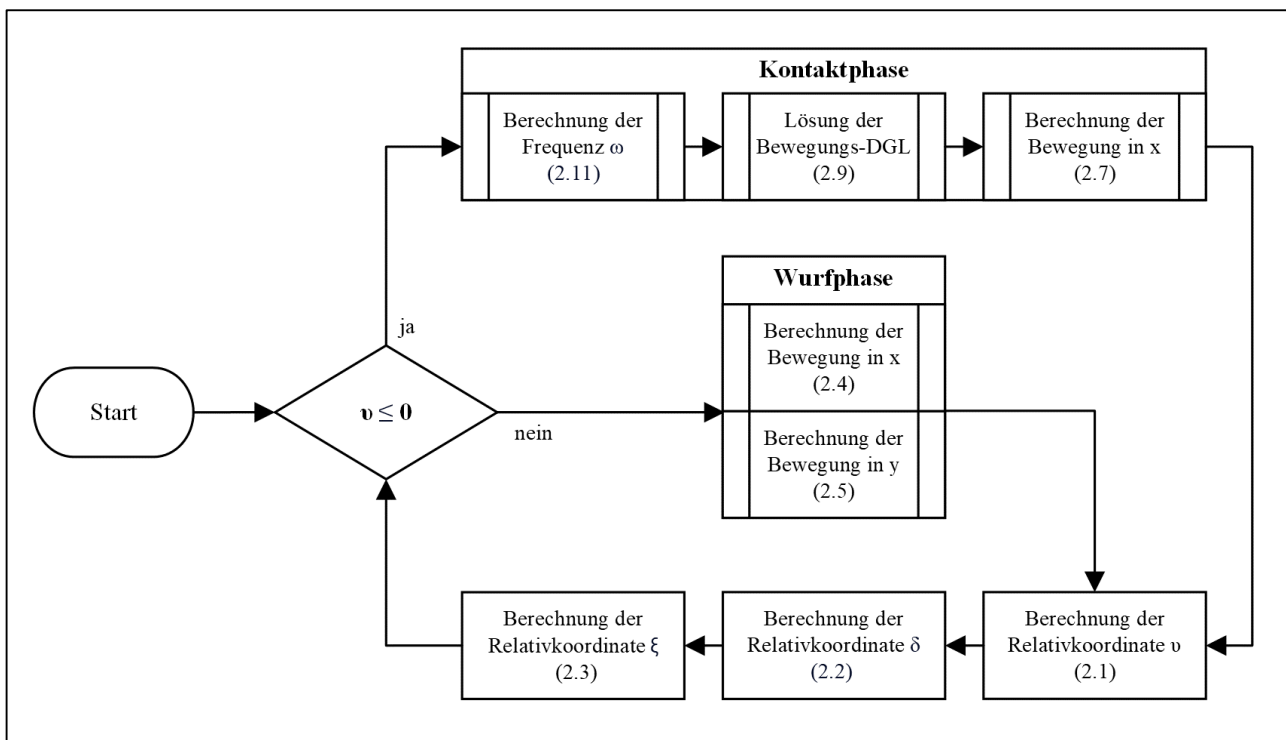


Abbildung 3. Numerisches Schema zur Berechnung der Materialbewegung auf einem Vibrationsflächenförderer während $t < t_{end}$

2.3 KENNGRÖSSEN

Zur Beurteilung der Wirksamkeit der Materialbewegung verschiedener Förderer, Betriebspunkte oder Bewegungsformen bieten sich die erzielbare Fördergeschwindigkeit und die Effizienz der Förderbewegung an. Eine Berechnungsmöglichkeit für beide Kenngrößen ist daher im Modell inkludiert.

2.3.1 MITTLERE FÖRDERGESCHWINDIGKEIT

Die tatsächliche Fördergeschwindigkeit des Materials unterliegt prinzipbedingten Schwankungen entsprechend der Anregung des Förderorgans. Da für praktische Anwendungen jedoch nur die durchschnittliche Transportgeschwindigkeit vom Aufgabe- zum Entnahmeort des Materials relevant ist, wird als Vergleichswert der Mittelwert der Bewegungsgeschwindigkeit nach Erreichen des stationären Zustands z über eine oder mehrere Schwingungsperioden n , die sogenannte mittlere Fördergeschwindigkeit v_F , entsprechend Gleichung (2.12) ermittelt:

$$v_F = \frac{f_B}{n \cdot \cos \gamma} \cdot \int_{zT}^{(z+n)T} \dot{x} \cdot dt \quad (2.12)$$

2.3.2 EFFIZIENZ

Die Effizienz E einer Förderbewegung beschreibt den erzielbaren Transportweg des Materials im Vergleich zur dafür erforderlichen Anregung des Förderorgans. Ein Vibrationsförderer ist umso effizienter, je kleiner die Ausdehnungen der Bewegung des Förderorgans \hat{q} und \hat{s} im Vergleich zur erzielbaren mittleren Fördergeschwindigkeit v_F [19]. Da für unterschiedliche Einsatzzwecke verschiedene Bewegungsgrenzen vorgegeben sind, wird zwischen der x-Effizienz E_x , y-Effizienz E_y und 2D-Effizienz $E_{x/y}$ nach Gleichung (2.13) bis (2.15) unterschieden:

$$E_x = \frac{|v_F|}{4f_B \hat{s}} \quad (2.13)$$

$$E_y = \frac{|v_F|}{4f_B \hat{q}} \quad (2.14)$$

$$E_{x/y} = \frac{|v_F|}{4f_B \sqrt{\hat{s}^2 + \hat{q}^2}} \quad (2.15)$$

Bei Vibrationsflächenförderern wirkt neben der Förderorganamplitude zusätzlich die Faserverformung auf die Bewegungsausdehnung des Förderers. Beispielsweise verringert die vertikale Deformation während der Aufwärtsschwingung des Förderorgans die effektive vertikale Ausdehnungsamplitude [17]. Demensprechend sind auch die Deformationen δ_{max} und $|v_{max}|$ sowie deren Wirkrichtung in Bezug auf die Förderorganamplituden \hat{q} und \hat{s} zu berücksichtigen.

3 MODELLADAPTION

Die bisher vorgestellten Modellzusammenhänge bilden das physikalische Grundprinzip der Förderbewegung am Vibrationsflächenförderer ab. Im praktischen Einsatz existieren jedoch weitere Einflussgrößen, die sich auf den Materialtransport auswirken. Zur Modelladaption wird der Referenzfall entsprechend Tabelle 1 aus den experimentellen Untersuchungen [17] herangezogen. Die Reibungskoeffizienten für die Vorwärts- und Rückwärtsbewegung des Probekörpers auf der Faseroberfläche ergeben sich experimentell zu $\mu_1 = 0,19$ und $\mu_2 = 0,23$.

Tabelle 1. Referenzfall für die Modelladaption

Bürstenmodul	1
Faserdurchmesser:	$d = 0,4 \text{ mm}$
Fasern je Bündel:	$N = 85$
E- Modul:	$E = 1700 \text{ MPa}$ [18]
Korrekturfaktor:	$\kappa = 1,4$ [18]
Probekörper	1
Abmessungen:	$70 \times 120 \times 8 \text{ mm}$
Masse:	$M = 527 \text{ g}$
Betriebsfrequenz	$f_B = 17,9 \text{ Hz}$
Förderorganamplituden	$\hat{q} = 0,6 \text{ mm}; \hat{s} = 0 \text{ mm}$
Förderorganneigung	$\gamma = 0^\circ$

Die initial berechneten Weg-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverläufe des Probekörpers sind für den Referenzfall in Abbildung 4 im Vergleich zu den Messdaten dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Daten qualitativ bereits gut übereinstimmen. Der stationäre Zustand stellt sich ab der 22. Schwingungsperiode ein, was einer sehr geringen Einschwingzeit von rund 1,2 Sekunden entspricht. Die berechnete Fördergeschwindigkeit im unmodifizierten Modell liegt jedoch mit $v_F = 123,2 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ rund 27 Prozent über der gemessenen Geschwindigkeit von $v_F = 97,1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$. Dies spricht dafür, dass in der Realität zusätzliche Dämpfungseffekte auftreten. Außerdem sind im simulierten Beschleunigungsverlauf im Bereich der Einschwingphase mit jedem Rechenschritt wechselnde Beschleunigungswerte erkennbar, die auf Unstetigkeiten in der numerischen Berechnung hinweisen. Bei genauerer Betrachtung fällt zudem auf, dass der Anstieg der Beschleunigungskurve sowohl in x- als auch in y-Richtung im Modell bis zum Maximum abnimmt, in den gemessenen Daten jedoch ansteigt. Deutlich erkennbar ist auch die wesentlich größere Differenz der y-Bewegung $y(t)$ des Fördergutes und der vertikalen Förderorganschwingung $q(t)$ im simulierten Referenzfall im Vergleich zum Versuch. Die im Modell angenommene Federsteifigkeit bzw. Belastung je Einzelfaser entspricht also nicht vollends den realen Wirkzusammenhängen. Durch die höhere Faserdeformation sind im initialen Modell lediglich Effizienzen von $E_x = 0,6$, $E_y = 4,2$ und $E_{x/y} = 0,6$ im Vergleich zu $E_x = 2,0$, $E_y = 36,3$ und $E_{x/y} = 2,0$ im Versuch [17] erreichbar.

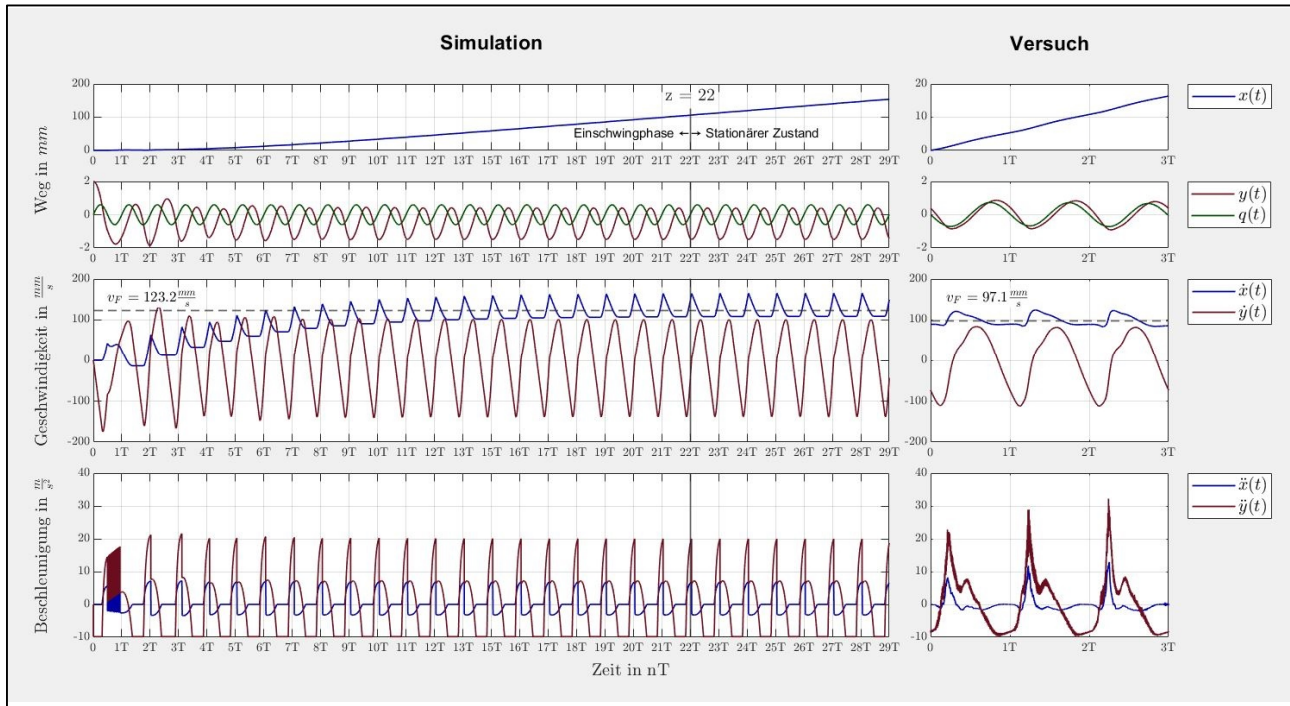


Abbildung 4. Vergleich der Materialbewegung aus Simulation und Versuch im Referenzfall vor der Modelladaptation

3.1 MODIFIZIERUNG DER ZUSTANDSÜBERGÄNGE

Die im initialen Modell vorhandenen Signum-Funktionen im Reibkontakt sowie zur Berechnung der verformungsabhängigen Eigenfrequenz bewirken harte Umschaltvorgänge, die in der Realität nicht existieren. Die Unstetigkeitsstellen werden daher mit einer weicheren Arkustangens-Funktion entsprechen Gleichung (2.16) approximiert:

$$\text{sign } \dot{\xi} \approx \frac{2}{\pi} \cdot \tan^{-1}(10^{\text{exp}} \cdot \dot{\xi}) \quad (2.16)$$

Serienrechnungen zeigen, dass sich der Reibkontakt wesentlich weicher verhält als ursprünglich im Modell implementiert. Das idealisierte COULOMB-Modell entspricht der Realität nicht vollends. Durch Nutzung eines Arkustangens mit $\text{exp} = 1$ ist jedoch eine gute Annäherung an die real auftretende Übergangsphase zwischen Vorwärts- und Rückwärtsgleiten des Förderguts möglich. Das Feder-Masse-System weist eine höhere Steifigkeit auf als der Reibkontakt. Gute qualitative Ergebnisse lassen sich mit einem Arkustangens mit $\text{exp} = 4$ erzielen. Die berechnete Fördergeschwindigkeit erhöht sich durch die Korrektur der Beschleunigungsverläufe in Summe auf $v_F = 132,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$. Die Effizienzen steigern sich nur minimal auf $E_x = 0,7$, $E_y = 4,3$ und $E_{x/y} = 0,7$. Wesentlicher Nebeneffekt dieser Modifikation ist auch die Reduzierung der Rechenzeit um über 50 Prozent.

3.2 IMPLEMENTIERUNG DES ANKOPPLUNGSEFFEKTS

Die Belastung der elastischen Elemente wird im Modell zunächst als konstant und gleichmäßig verteilt angenommen. In der Realität unterliegt der Kontakt jedoch prinzipbedingten Schwankungen. Beispielsweise ist es im Herstellungsprozess der Faseroberfläche nicht möglich, für alle Fasern die exakt gleiche Länge und den gleichen Neigungswinkel zu gewährleisten. Dadurch tritt insbesondere beim Auftreffen des Gutes auf die Oberfläche zunächst eine wesentlich höhere Belastung weniger Fasern auf. Erst nach und nach nimmt die Kontaktfläche zu und die Belastung auf eine Einzelfaser sinkt. Ein ähnliches Verhalten entsteht auch durch leichte Kippbewegungen des Fördergutes während des Transports.

Bei der Aufwärtsschwingung wirkt dies umgekehrt. Zunächst sind alle Fasern verformt und im Eingriff. Während das Gut abhebt, reduziert sich die wirksame Faseranzahl nach und nach. Die Bewegungszustände sind dadurch in der Realität nicht scharf abgrenzbar, sondern gehen vielmehr ineinander über. Auch die Trägheit der gesamten Faseroberfläche spielt hier eine Rolle. Parameterstudien zeigen, dass das Fördergut durch den ersten Auftreffimpuls in vertikaler Richtung bereits so stark abgebremst wird, dass in der Folge ein weicherer Übergang zwischen dem Wurf- und dem Kontaktzustand stattfindet. Mit der gleichzeitigen Belastung nur weniger Einzelfasern lässt sich so der messbare Beschleunigungsspeak in vertikaler Richtung aus dem Versuch erklären.

Die beschriebenen Effekte werden im Modell mittels eines Ankopplungsfaktors implementiert, der die Auswirkung der aktuell dynamisch angekoppelten Gutmasse abbilden soll. Dieser wird für den Referenzfall durch Serienrechnungen ermittelt, wobei die Zu- bzw. Abnahme der wirksamen Faseranzahl beim Auftreffen bzw. Abheben des Förderguts mittels einer Exponentialfunktion beschrieben wurde. Diese Korrektur ermöglicht die qualitative Abstimmung des simulierten Beschleunigungsverlaufs zum experimentell gemessenen wie in Abbildung 5 dargestellt. Quantitativ erhöht sich die Maximalbeschleunigung durch den Ankopplungseffekt jedoch.

3.3 KALIBRIERUNG DES DÄMPFUNGSMAßES

Die berechneten Fördergeschwindigkeiten liegen ohne Berücksichtigung der Dämpfungskonstante der Faseroberfläche über den real erzielbaren Geschwindigkeit. Effekte, wie Reibung zwischen den Einzelfasern im Verbund sowie Hysterese bei der Entformung der Faseroberfläche bewirken jedoch Verluste, durch welche nicht die gesamte vertikale Bewegungsenergie in horizontale Fördergeschwindigkeit umgewandelt werden kann. Um dies im Modell zu berücksichtigen, wurde bereits bei der Herleitung in Abschnitt 2 das Dämpfungsmaß D eingeführt. Zur quantitativen Bestimmung der Höhe der auftretenden Dämpfung dienen Voruntersuchungen eines freien Falls des Probekörpers auf das ruhende Förderorgan. Anhand der Abklingform ist erkennbar, dass das System schwach gedämpft ist. Bezogen

auf den Referenzfall ergibt sich eine Dämpfungskonstante von $D \approx 0,1$. Gemeinsam mit den vorab beschriebenen Modifizierungen berechnet sich die Fördergeschwindigkeit zu $v_F = 96,8 \frac{mm}{s}$ (vgl. Abbildung 5), welche nur um 0,3 Prozent unter der gemessenen Fördergeschwindigkeit liegt.

3.4 BEURTEILUNG DER MODELLGENAUIGKEIT

Die qualitative Übereinstimmung der Beschleunigungsverläufe konnte durch die Modelladaption verbessert werden. Der Beschleunigungsanstieg bis zum Maximum verläuft nun deutlich steiler als im Ausgangsmodell und auch der weitere Verlauf bis zur Wurfphase entspricht in etwa den Messwerten. Eine Abweichung zeigt sich noch in der Höhe des ersten Maximums. Dies deutet darauf hin, dass hinsichtlich des implementierten Ankopplungsfaktors noch Optimierungspotential besteht. Auch die maximale Faserdeformation hat sich durch die Modellanpassungen deutlich reduziert. Im Vergleich zum Versuch ist jedoch weiterhin eine Abweichung erkennbar. Die Effizienzen steigern sich im adaptierten Modell auf $E_x = 1,0$, $E_y = 12,8$ und $E_{x/y} = 1,0$, was rund dem Doppelten bzw. Dreifachen des Ausgangsmodells entspricht. Sie liegen damit jedoch noch um 50 Prozent bzw. 65 Prozent unter den experimentell ermittelten. Bei gleicher Betriebsfrequenz und Fördergeschwindigkeit weist auch dies auf eine noch zu hohe Faserdeformation bzw. Last je Einzelfaser in der Simulation hin.

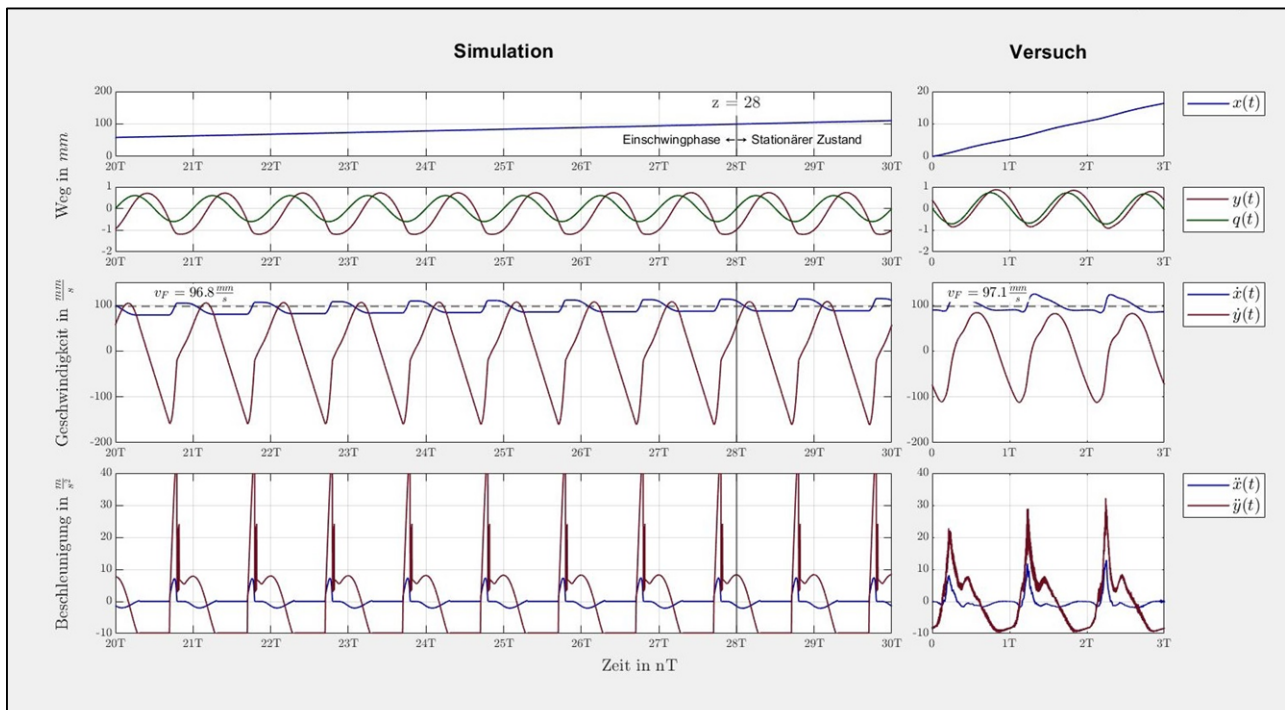


Abbildung 5. Vergleich der Materialbewegung aus Simulation und Versuch im Referenzfall nach der Modelladaption

Zusammenfassend ist jedoch festzustellen, dass es durch die Modelladaption gelungen ist, das vorab entwickelte mechanische Minimalmodell so nah an die realen Bewegungsabläufe anzugleichen, dass die Vorausberechnung der Fördergeschwindigkeit mit einer Abweichung von lediglich 0,3 Prozent ermöglicht wird. Somit eignet sich das vorgestellte Modell in guter Näherung zur Bestimmung der realen Fördergeschwindigkeit auf einem Vibrationsflächenförderer. Zur genaueren Untersuchung der Materialbewegung und Optimierung der Faserparameter sind jedoch weitere Modellanpassungen erforderlich.

4 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In diesem Beitrag wird ein Modell zur hinreichend genauen Berechnung der Fördergutbewegung auf einem Vibrationsflächenförderer, insbesondere der praktisch relevanten Kenngröße Fördergeschwindigkeit, basierend auf Voruntersuchungen zum Materialtransport [17] sowie zur Faserdeformation [18] entwickelt. Das System aus Fördergut und Förderorgan wird dafür als ebenes Problem aus Massepunkt und Einzelfaser abstrahiert, wobei auch geneigte Förderorgane berücksichtigt werden. Besonderer Schwerpunkt liegt auf der Erläuterung der Wechselwirkungen im Faser-Gut-Kontakt sowie der Approximation der Faseroberfläche als Feder-Dämpfer-System, welche aufgrund der verformungsabhängigen Steifigkeit eine numerische Auswertung erforderlich macht. Im Anschluss wird das Modell anhand eines ausgewählten Referenzfalls durch Modifizierung der Zustandsübergänge, Implementierung eines Ankopplungsfaktors sowie Kalibrierung des Dämpfungsmaßes an die Messwerte adaptiert.

Das adaptierte Modell ermöglicht die Berechnung der Fördergeschwindigkeit in dem beschriebenen Referenzfall mit einer Abweichung von lediglich 0,3 Prozent. Die qualitativen Bewegungsverläufe aus der Simulation stimmen sehr gut mit den experimentell ermittelten überein. Quantitativ bestehen jedoch noch Abweichungen in der Höhe der Faserdeformation sowie damit einhergehend der maximalen Vertikalbeschleunigung des Förderguts. Hier wird Optimierungspotential in der Gestaltung des Ankopplungsfaktors identifiziert.

Zukünftig gilt es auch, die Modellgenauigkeit mittels weiterer Versuchsfälle zu verifizieren und weiterführende Parameterstudien hinsichtlich Faserneigung, Neigung des Förderorgans und zweidimensionaler Förderorganschwingungen durchzuführen. Darauf aufbauend kann im Anschluss ein reduziertes Näherungsmodell für die praktische Anwendung abgeleitet werden, welches die bedarfsgerechte Auslegung von Vibrationsflächenförderern für den praktischen Einsatz sowie unkomplizierte Parameter- sowie Stellgrößenoptimierungen ermöglicht. Dies bildet die Grundlage für die industrielle Nutzbarmachung des Potentials dieses Fördersystems.

LITERATUR

- [1] W. Mansour, M. Massoud, W. Morcos und C. Lauzier, "The Mechanism of Conveyance With Bristled Tracks," *ASME. J. Eng. Ind.*, Vol. 97, Nr. 1, S. 167–174, 1975. DOI: 10.1115/1.3438532.
- [2] S. Okabe und Y. Yokoyama, "Study of a Vibratory Feeder with Repulsive Surface Which Has Directional Characteristic," *ASME. J. Mech. Des.*, Vol. 102, Nr. 1, S. 94–101, 1980. DOI: 10.1115/1.3254726.
- [3] S. Okabe, Y. Yokoyama und G. Boothroyd, "Analysis of vibratory feeding where the track has directional friction characteristics," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 3, Nr. 4, S. 73–85, 1988. DOI: 10.1007/BF02601835.
- [4] A. DeSimone und A. Tatone, "Crawling motility through the analysis of model locomotors: Two case studies," *Eur. Phys. J. E*, Vol. 35, Nr. 85, S. 1–8, 2012. DOI: 10.1140/epje/i2012-12085-x.
- [5] V. Lysenko, K. Zimmermann, A. Chigarev und F. Becker, "A mobile vibro-robot for locomotion through pipelines," *Technology*, Vol. 12, 2012. [Online]. Verfügbar unter: <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2012200199>. [Zugriff am 29.03.2024].
- [6] Becker, Felix, Börner, Simon, Lysenko, Victor, Zeidis, Igor, Zimmermann, Klaus, "On the Mechanics of Bristle-Bots - Modeling, Simulation and Experiments," *ISR/Robotik 2014; 41st international symposium on robotics*, S. 1–6, 2014. [Online]. Verfügbar unter: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6840103>. [Zugriff am 29.03.2024].
- [7] K. Ioi, "A Mobile Micro-Robot using Centrifugal Forces," *1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, S. 736–741, 1999. DOI: 10.1109/AIM.1999.803259.
- [8] K. Ioi, "Study on Mobile Micro-Robot using Centrifugal Force," *Journal of the Robotics Society of Japan*, Vol. 17, Nr. 3, S. 396–401, 1999. DOI: 10.7210/jrsj.17.396.
- [9] K. Isaki, A. Niitsuma, M. Konyo, F. Takemura und S. Tadokoro, "Development of an Active Flexible Cable by Ciliary Vibration Drive for Scope Camera," *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, S. 3946–3951, 2006. DOI: 10.1109/IROS.2006.281829.
- [10] M. Konyo, K. Isaki, K. Hatazaki, S. Tadokoro und F. Takemura, "Ciliary Vibration Drive Mechanism for Active Scope Cameras," *J. Robot. Mechatron.*, Vol. 20, Nr. 3, S. 490–499, 2008. DOI: 10.20965/jrm.2008.p0490.
- [11] K. Nagaoka und K. Yoshida, "Modeling and analysis of ciliary micro-hopping locomotion actuated by an eccentric motor in a microgravity," *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, S. 763–768, 2013. DOI: 10.1109/IROS.2013.6696437.

- [12] K. Nagaoka, K. Watanabe, T. Kaneko und K. Yoshida, "Mobility Performance of Ciliary Locomotion for an Asteroid Exploration Robot under Various Experimental Conditions," *Proc. 13th Int. Symp. Artif. Intel., Robot. and Autom. in Space*, S-5a-2, 2016. [Online]. Verfügbar unter: <https://robotics.es-tec.esa.int/i-SAIRAS/isairas2016/Session5a/S-5a-2-KenjiNagaoka.pdf>. [Zugriff am 10.04.2024].
- [13] A. Gmitterko, M. Dovica, M. Kelemen, V. Fedák und Z. Mlýnková, "In-pipe bristled micromachine," *7th International Workshop on Advanced Motion Control. Proceedings*, S. 599–603, 2002. DOI: 10.1109/AMC.2002.1026989.
- [14] Z. Wang und H. Gu, "A Bristle-Based Pipeline Robot for III-Constraint Pipes," *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, Vol. 13, Nr. 3, S. 383–392, 2008. DOI: 10.1109/TMECH.2008.924133.
- [15] A. K. Eigoli und G. Vossoughi, "Dynamic Modeling of Stick-Slip Motion in a Legged, Piezoelectric Driven Microrobot," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 7, Nr. 3, S. 201–208, 2010. DOI: 10.5772/9704.
- [16] L. Giomi, N. Hawley-Weld und L. Mahadevan, "Swarming, swirling and stasis in sequestered bristlebots," *Proc. R. Soc. A*, Vol. 469, Nr. 20120637, 2013. DOI: 10.1098/rspa.2012.0637.
- [17] E. Müller, T. Risch und M. Golder, "Analyse des Materialtransports auf Vibrationsflächenförderern für das vibrationsbasierte Blechhandling," *Logistics Journal: Proceedings*, Vol. 2022, Nr. 18, 2022. DOI: 10.2195/lj_proc_mueller_de_202211_01.
- [18] E. Müller, S. Strube, T. Risch und M. Golder, "Grundlagenuntersuchungen zur Faserdeformation an Vibrationsflächenförderern," 2024. [Online]. Verfügbar unter: <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa2-910234>. [Zugriff am 02.05.2024].
- [19] T. Risch, "Zweidimensionale Bewegungsformen in der Vibrationsfördertechnik," Dissertation, Technische Universität Chemnitz, Chemnitz, 2011

Prof. Dr.-Ing. Markus Golder, Inhaber der Professur Förder- und Materialflusstechnik der TU Chemnitz, promovierte an der Universität Karlsruhe im Jahr 2004 und war anschließend sowohl selbstständig als auch in leitenden Positionen in verschiedenen Unternehmen tätig.

Adresse: Professur Förder- und Materialflusstechnik, Technische Universität Chemnitz, Reichenhainer Straße 70, 09126 Chemnitz
E-Mail: markus.golder@mb.tu-chemnitz.de

Dipl.-Ing. Elisabeth Müller, Doktorandin an der Professur Förder- und Materialflusstechnik der TU Chemnitz mit dem Forschungsschwerpunkt Vibrationsfördertechnik.

Adresse: Professur Förder- und Materialflusstechnik, Technische Universität Chemnitz, Reichenhainer Straße 70, 09126 Chemnitz
E-Mail: elisabeth.mueller@s2021.tu-chemnitz.de

Dr.-Ing. Thomas Risch, Leiter der Forschungsgruppe Vibrationsfördertechnik und Systemdynamik der Professur Förder- und Materialflusstechnik der TU Chemnitz.

Adresse: Professur Förder- und Materialflusstechnik, Technische Universität Chemnitz, Reichenhainer Straße 70, 09126 Chemnitz
E-Mail: thomas.risch@mb.tu-chemnitz.de